

邻域信息熵的核模糊 C 均值聚类图像分割算法

肖林云,陈秀宏,林喜兰

(江南大学 数字媒体学院,江苏 无锡 214122)

摘 要: 引入邻域信息熵并用核距离代替简单的欧式距离,提出了邻域信息熵的核模糊 C 均值聚类图像分割算法(EKWFLICM). 实验表明,该算法具有比 WFLICM 算法更强的去噪声能力,以使保留原图像细节的能力,具有一定实际应用价值.

关键词: 聚类算法;图像分割;模糊 C 均值算法;核距离;邻域信息熵

中图分类号: TP391. 4

文献标识码: A

文章编号: 1000—7180(2016)11—0166—05

New Kernel Fuzzy C-Means Clustering Image Segmentation Algorithm with Local Entropy Information

XIAO Lin-yun, CHEN Xiu-hong, LIN Xi-lan

(School of Digital Media, Jiangnan University, Wuxi 214122, China)

Abstract: This paper presents a new kernel fuzzy c-means clustering image segmentation algorithm with local entropy information (EKWFLICM) by introducing the pixel difference between neighborhood points and the middle point and kernel distance. The experimental results show that the proposed algorithm has better robustness than the WFLICM algorithm and retains the original image details well. So it has practical application value.

Key words: clustering algorithm; image segmentation; fuzzy c-means cluster; kernel distance; local entropy

1 引言

图像分割技术被应用到人脸识别、医学影像、卫星图像定位、指纹识别、交通管理系统等许多领域. 图像分割要求将一幅图像分割成没有重合的几个部分,每个部分都有自己的像素、颜色、纹理等特征. 现有的图像分割方法主要分为以下几种:基于阈值、基于边缘、基于区域和基于聚类等. 聚类方法中,硬 C 均值聚类(HCM)和模糊 C 均值聚类(FCM)是最常用的两种聚类算法^[1-3]. 但是当图像被大量噪声污染后,FCM 表现出极差的鲁棒性,分割效果难以满足实际需要.

为了解决这个问题,许多学者研究了基于邻域空间信息的 FCM 算法. 为了使算法保留更多的图像细节,Cai 等^[4]在前人的基础上提出了基于邻域

位置和像素关系的 FGFCM 算法. 该算法丰富了分割图像的细节,却引入了太多的人工参数. 为了解决参数问题,Stelios 等^[5]提出了邻域空间模糊 C 均值算法(FLICM),该算法中的所有参数都可以自适应确定,拥有比较好的鲁棒性和保存图像细节的能力. 在这基础上,Gong 等^[6]在 FLICM 算法的基础上引入了像素点的邻域像素变异系数 c_k ,提出了 WFLICM 算法.

但是,当某个像素点的邻域像素分布情况大致相同时(如图 1 所示的情况,在第四节中做详细介绍), c_k 的计算数值相同,那么对中间点的影响因子数值也相同,这显然是不合理的. 为了解决这个问题,进一步提高 WFLICM 算法的去噪声和保存边缘细节的能力,本文引入了邻域信息熵并将 WFLICM 算法中简单的欧式距离用高维空间的核

距离代替,提出了EKWFLICM算法。

2 模糊C均值(FCM)算法

模糊C均值(FCM)聚类算法是由Dunn^[7]在K均值(K-means)算法的基础上提出并由Bezdek等^[8]进行了拓展。对给定的数据集 $\mathbf{X} = \{\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_n\} \subseteq R^d$,记 $\mathbf{U} = (u_{ij})_{n \times c}$ 为隶属度矩阵, $\mathbf{V} = [\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_c]$ 为由 c 个类中心点组成的矩阵,则在FCM算法中类内平方误差函数 $J(\mathbf{X}, \mathbf{U}, \mathbf{V})$ 为

$$J(\mathbf{X}, \mathbf{U}, \mathbf{V}) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^c u_{ij}^m d^2(\mathbf{x}_i, \mathbf{v}_j) \quad (1)$$

式中, $m \in [1, +\infty)$ 为模糊指数,它控制着整个算法的模糊程度,对于不同的数据集, m 的值应该做相应的改变; c 是该数据集聚类的类别数, $2 \leq c < n$; u_{ij} ($1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq c$)表示 $\mathbf{x}_i$ 在第 j 个类的隶属度值,并满足以下三个约束条件:

$$\sum_{j=1}^c u_{ij} = 1, 1 \leq i \leq n \quad (2)$$

$$1 \geq u_{ij} \geq 0, 1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq c \quad (3)$$

$$n > \sum_{i=1}^n u_{ij} > 0, 1 \leq j \leq c \quad (4)$$

$\mathbf{v}_j$ 表示第 j 类的类中心, $d^2(\mathbf{x}_i, \mathbf{v}_j)$ 表示样本 $\mathbf{x}_i$ 和类中心 $\mathbf{v}_j$ 的相似性度量,一般用欧氏距离来表示。

对问题(1)利用拉格朗日乘法得:

$$\mathbf{v}_j = \frac{\sum_{i=1}^n u_{ij}^m \mathbf{x}_i}{\sum_{i=1}^n u_{ij}^m}, 1 \leq j \leq c \quad (5)$$

$$u_{ij} = \frac{1}{\sum_{k=1}^c \left(\frac{d_{ij}^2}{d_{ik}^2} \right)^{\frac{2}{m-1}}}, 1 \leq j \leq c, 1 \leq i \leq n \quad (6)$$

式中, $d_{ij} = d(\mathbf{x}_i, \mathbf{v}_j)$ 。于是,有如下FCM聚类算法:

(1) 选定聚类数目 c 、模糊指数 m 、最大迭代次数 T 和阈值 ϵ ,并令迭代计数器 $t = 0$,初始化隶属度矩阵 $\mathbf{U}$;

(2) 利用式(5)计算聚类中心;

(3) 利用式(6)计算隶属度矩阵;

(4) 根据当前 $\mathbf{V}$ 和 $\mathbf{U}$,计算目标函数(1)的值,若迭代次数大于 T 或者相邻两次目标函数值差的绝对值小于 ϵ ,则算法停止;否则,令 $t = t + 1$,转(2)。

3 WFLICM 算法

为实现对灰度图像的分割,WFLICM算法以FCM算法为基础引入邻域空间信息,考虑邻域点与

中间点的位置关系和像素点灰度值分布情况,构造以下目标函数:

$$J = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^c u_{ij}^m [(x_i - v_j)^2 + G_{ij}] \quad (7)$$

式中, x_i 表示的是第 i 个像素点的灰度值, v_j 表示的是第 j 类的聚类中心的灰度值, G_{ij} 定义为

$$G_{ij} = \sum_{\substack{i \neq k \\ k \in N_i}} \omega_{ik} \frac{1}{(d_{ik} + 1)} (1 - u_{kj})^m (x_k - v_j)^2 \quad (8)$$

式中, N_i 表示以像素点 x_k 为中心的 $r \times r$ 邻域中所包含的像素点个数; d_{ik} 表示该邻域中点 x_k 与其中心点 x_i 的坐标位置距离; ω_{ik} 的定义如下:

$$\omega_{ik} = \begin{cases} \frac{1}{2 + \min((c_k/c_i)^2, (c_i/c_k)^2)}, & \text{if } c_k > \bar{c} \\ \frac{1}{2 - \min((c_k/c_i)^2, (c_i/c_k)^2)}, & \text{if } c_k < \bar{c} \end{cases} \quad (9)$$

式中, c_k 表示以 x_k 为中心的 $z \times z$ 的邻域像素变异系数

$$c_k = \frac{\text{var}(x)}{(\bar{x})^2} \quad (10)$$

式中, $\text{var}(x)$ 表示 $z \times z$ 邻域内所有像素点灰度值的方差, $\bar{x}$ 表示所有像素点灰度值均值。 c_k 越大说明该区域处在图像纹理处或受噪声干扰处的可能性越大。

$$\bar{c} = \frac{\sum_{k \in N_i} c_k}{N_i} \quad (11)$$

对于问题(7),利用拉格朗日乘子法得:

$$\mathbf{v}_j = \frac{\sum_{i=1}^n u_{ij}^m \mathbf{x}_i}{\sum_{i=1}^n u_{ij}^m}, 1 \leq j \leq c \quad (12)$$

$$u_{ij} = \frac{1}{\sum_{k=1}^c \left(\frac{d_{ij}^2 + G_{ij}}{d_{ik}^2 + G_{ik}} \right)^{\frac{1}{m-1}}}, 1 \leq j \leq c, 1 \leq i \leq n \quad (13)$$

于是,WFLICM聚类算法可概括如下。

(1) 选定聚类数目 c 、模糊指数 m 、邻域大小 N_i 、最大迭代次数 T 和阈值 ϵ 。

(2) 随机初始化聚类中心,并令迭代计数器 $t = 0$;

(3) 利用式(9)计算 ω_{ik} ,利用式(8)计算 G_{ij} ;

(4) 利用式(13)计算隶属度矩阵;

(5) 利用式(12) 计算聚类中心;

(6) 根据当前 $\mathbf{V}$ 和 $\mathbf{U}$, 计算目标函数(7) 的值, 若迭代次数大于 T 或者相邻两次目标函数值差的绝对值小于 ϵ , 则算法停止; 否则, 令 $t = t + 1$, 转(2).

4 EKWFLICM 算法

在灰度图像分割应用中, WFLICM 算法虽然一定程度上增强了 FCM 算法的鲁棒性, 但也存在着一些不合理的地方.

对于图像中的某个像素点, 存在与它具有相似邻域结构的像素点, 如图 1 所示, 考虑以 x 像素点为中心的 3×3 邻域, 此时某个聚类中心的灰度值为 50 (如图 1 最右边所示), a 点是被噪声污染的点, a 点和 b 点相对于 x 点的位置相同, 则 $1/(d_{xa} + 1) = 1/(d_{xb} + 1)$. 且以 a 点和 b 点为中心的邻域像素点灰度值分布趋势相同 (都包含一个灰度值为 10 的像素点, 一个灰度值为 90 的像素点和七个灰度值为 30 的像素点, 且无需对应位置上的灰度值相同), 按照式(10) 计算它们有相同的邻域像素变异系数 $c_a = c_b$, 于是 $w_{xa}/(d_{xa} + 1) = w_{xb}/(d_{xb} + 1)$. 按照 WFLICM 算法, a 点和 b 点对中心点 x 的影响因子是相同的, 显然这是不合理的. 当图像被大量噪声污染时, 类似情况出现的概率会增大.

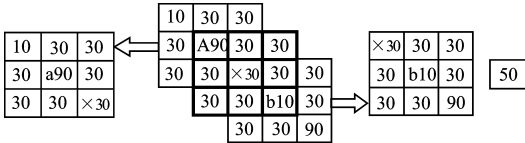


图 1 以 x 为中心的 3×3 邻域噪声情况

针对上述问题, 本文引入邻域信息熵的概念. 一幅图像的信息熵可以定义为 $E_I = -\sum_i p_i \log p_i$, 其中 p_i 是给定图像 $I = (I_i)$ 的某一概率分布, 一般由图像分割算法所采用的方案确定. 本文用 $p_i = I_i / \sum_j I_j$ 来定义像素点的概率分布, 其中 I_i 是像素点 i 的灰度值.

对于一副图像 $I: \Omega \subset R^2$ 和某像素点邻域 $\Omega_x \subset \Omega$ (例如, 一个以点 $x \in \Omega$ 为中心点的 3×3 邻域), 像素点 x 的邻域信息熵定义为

$$E(x, \Omega_x) = -\frac{1}{\log |\Omega_x|} \int_{\Omega_x} p(y, \Omega_x) \log p(y, \Omega_x) dy \quad (14)$$

其中灰度值分布 $p(y, \Omega_x)$ 为

$$p(y, \Omega_x) = I(y) / \int_{\Omega_x} I(z) dz, y \in \Omega_x.$$

一般来说, 邻域信息熵和像素点灰度值强度变

化有关. 比如说, 在灰度值均匀区域中邻域信息熵很大, 在灰度值变化幅度较大区域中邻域信息熵则很小. 因此, 当像素点 x 在 (纹理或噪声) 均匀区域中时, 像素点 x 处邻域信息熵很大 (很小), 且每个像素点的邻域信息熵的值是不同的.

重新定义 WFLICM 算法目标函数(7) 中的 G_{ij} :

$$G_{ij} = \sum_{\substack{i \neq k \\ k \in N_i}} \frac{w_{ik} * E_{ik}}{(d_{ik} + 1)} * (1 - u_{kj})^m (x_k - v_j)^2$$

式中, E_{ik} 表示 x_k 邻域中的像素点 x_i 的邻域信息熵.

$\frac{w_{ik} * E_{ik}}{(d_{ik} + 1)}$ 可以唯一地标记邻域点对中心点的影响因子, 能很好地应对类似图 1 中出现的噪声情况, 成功地分辨出噪声点和非噪声点的影响因子, 增强了算法的鲁棒性和保存图像细节的能力.

为了解决低维空间线性不可分问题, 本文将图像中的所有像素点投影到高维空间, 用高斯核距离代替 WFLICM 算法中简单的欧式距离. 于是, 有以下 EKWFLICM 的目标函数:

$$J = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^c u_{ij}^m [\|\Phi(x_i) - \Phi(v_j)\|^2 + G'_{ij}] \quad (15)$$

$$G'_{ij} = \sum_{\substack{i \neq k \\ k \in N_i}} \frac{w_{ik} * E_{ik}}{(d_{ik} + 1)} (1 - u_{kj})^m * \|\Phi(x_k) - \Phi(v_j)\|^2 \quad (16)$$

式(15) 中, x_i 表示的是第 i 个像素点的灰度值, v_j 表示的是第 j 类的聚类中心的灰度值, $\|\Phi(x_k) - \Phi(v_j)\|^2$ 表示高维特征空间的欧式距离, $\Phi(\cdot)$ 表示低维到高维空间的非线性映射. 那么有:

$$\begin{aligned} & \|\Phi(x_k) - \Phi(v_j)\|^2 \\ &= (\Phi(x_i) - \Phi(v_j))^T (\Phi(x_i) - \Phi(v_j)) \\ &= \Phi(x_i)^T \Phi(x_i) - \Phi(v_j)^T \Phi(x_i) - \\ & \quad \Phi(x_i)^T \Phi(v_j) + \Phi(v_j)^T \Phi(v_j) \\ &= K(x_i, x_i) + K(v_j, v_j) - 2K(x_i, v_j) \end{aligned} \quad (17)$$

其中 $K(x_i, v_j) = \Phi(x_i)^T \Phi(v_j)$ 表示内积核函数, 这里采用高斯核函数^[7]:

$$K(x, y) = \exp\left(-\frac{\|x - y\|^2}{\delta^2}\right) \quad (18)$$

δ 为函数的宽度参数, 控制了函数的径向作用范围, 它的取值一般与像素点灰度集 $\mathbf{X} = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ 的灰度值波动程度有关, 本文定义为如下像素集的距离方差:

$$\delta = \left(\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (d_i - \bar{d})^2\right)^{\frac{1}{2}} \quad (19)$$

其中,

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}, d_i = \|x_i - \bar{x}\|, \bar{d} = \frac{\sum_{i=1}^n d_i}{n} \quad (20)$$

该 δ 反映了整个像素集的灰度值波动程度,灰度值波动越小说明距离方差越小, δ 也就越小;反之 δ 也就越大. 对于问题(15) 由拉格朗日乘法得:

$$u_{ij} = \frac{1}{\sum_{k=1}^c \left(\frac{(2 - 2 * k(x_i, v_j) + G'_{ij})}{(2 - 2 * k(x_i, v_k) + G'_{ij})} \right)^{1/(m-1)}} \quad (21)$$

$$v_j = \frac{\sum_{i=1}^N (u_{ij}^m k(x_i, v_k) x_i)}{\sum_{i=1}^N (u_{ij}^m k(x_i, v_k))} \quad (22)$$

于是可以得到 EKWFLICM 算法如下.

- (1) 选定聚类数目 c 、模糊指数 m 、邻域大小 N_i 、最大迭代次数 T 和阈值 ϵ .
- (2) 随机初始化聚类中心,并令迭代计数器 $t = 0$;
- (3) 利用式(9) 计算 w_{ik} ,利用式(14) 计算邻域信息熵 E_i ,利用式(16) 计算 G'_{ij} ;
- (4) 利用式(21) 计算隶属度矩阵;
- (5) 利用式(22) 计算聚类中心;
- (6) 根据当前 V 和 U ,计算目标函数式(15) 的值,若迭代次数大于 T 或者相邻两次目标函数值差的绝对值小于阈值 ϵ ,则算法停止;否则,令 $t = t + 1$,转(2).

5 实验研究与分析

为了验证本文提出的 EKWFLICM 算法的图像分割性能,分别在人工合成图像、医学图像和自然图像中进行对比实验. 实验环境是 Intel Core(TM) 2 Duo CPU E7200 2.53 GHz, 2.00 GB 内存; Windows 7; Matlab 2012b. 为了体现 EKWFLICM 算法的分割效果,用 FGFCM^[4]、WFLICM 和核 WFLICM(KWFLICM)作为比较算法.

5.1 人工合成图像分割实验

这节实验采用了三张人工合成图像,并分别加上不同强度的高斯噪声和椒盐噪声,观察这些算法的图像分割效果. 在比较四种算法的抗噪声能力. 表 1 给出了四种算法在该图像受不同强度高斯噪声污染后的分割精度,可以看出随着高斯噪声方差的增大,其他算法的 SA 值明显下降,EKWFLICM 算法分割精度变化最小,基本上保持在 99%以上. SA 数

据说明 EKWFLICM 算法比 FGFCM、WFLICM 和 KWFLICM 有更好的去高斯噪声能力.

表 1 四种算法在第一张合成图像上的分割精度(SA%)

噪声	FGFCM	WFLICM	KWFLICM	EKWFLICM
高斯(0,0.02)	97.036 7	99.198 9	99.551 4	99.780 3
高斯(0,0.03)	95.137 0	98.280 3	98.260 5	99.438 5
高斯(0,0.04)	93.187 0	96.884 2	96.443 2	99.050 9

表 2 给出了四种算法在第二张合成图像受不同强度的椒盐噪声污染后的分割精度 SA. 随着椒盐噪声密度的加大,其他三种算法的分割精度 SA 明显下降,EKWFLICM 算法精度下降幅度最小,也基本上维持在 99%以上. SA 数据说明 EKWFLICM 算法较其他三种算法去椒盐噪声能力更强.

表 2 四种算法在第二张合成图像上的分割精度(SA%)

噪声	FGFCM	WFLICM	KWFLICM	EKWFLICM
椒盐(0.25)	96.958 9	95.339 5	99.659 7	99.704 0
椒盐(0.35)	94.557 2	94.192 82	98.659 5	99.192 8
椒盐(0.40)	93.101 5	92.921 0	98.071 3	99.015 2

表 3 给出了四种算法在第三张合成图像受噪声污染后的分割精度. SA 的数据明显说明 EKWFLICM 算法较其他三种算法有更强的去噪声能力.

表 3 四种算法在第三张合成图像上的分割精度(SA%)

FGFCM	WFLICM	KWFLICM	EKWFLICM
89.984 1	96.351 6	98.182 1	99.467 4

5.2 医学图像分割实验

我们用医学图像分割实验来比较四种算法的性能. 图 2 显示了一张来自 BrainWeb 数据库^[9] 的大脑切片影像图像大小为 256×256 ,受 20% 的莱斯噪声^[10] 污染. 该图像分为四类:背景、脑脊髓液、脑灰质和脑白质. 可以看到 FGFCM 分割图上还残留着一些噪声点,EKWFLICM 算法几乎能全部去除莱斯噪声,同时较好地保留图像细节.

5.3 自然图像分割实验

这部分实验用两张自然图像做对分割实验. 采用了琳娜和花朵图像,它们的大小分别为 220×220 , 128×128 分别被椒盐(0.02)噪声和高斯(0,0.03)噪声污染,前图分 4 类,后图分 3 类. EKWFLICM 分割结果图看上去比其他算法分割图更加光滑流畅,说明该算法对含噪声的自然图像分割能

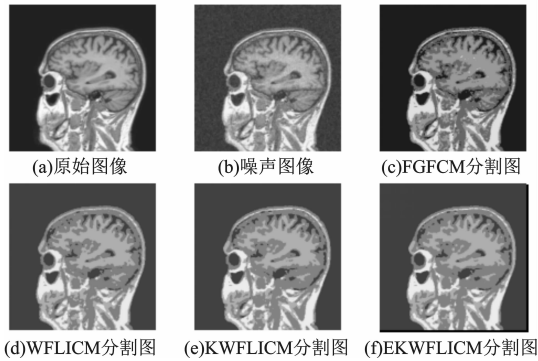


图 2 医学图像分割实验

力比其他算法好.

以上所有试验都证明 EKWFLICM 算法比 FGFCM、WFLICM 和 KWFLICM 有更强的去噪声能力,同时能较好地保存图像细节. 而且,该算法在不同类型噪声环境中都表现良好,具有一定的实际应用价值.

6 结束语

为了解决 WFLICM 算法中邻域点有可能出现邻域像素变异系数相同的问题,在已有的基础上引入邻域信息熵唯一标记每个邻域点对中心点的影响因子,并针对低维空间线性不可分问题用核距离代替简单的欧式距离提出了 EKWFLICM 算法. 大量的分割实验和数据证明了该算法在不同强度和不同类型的噪声环境下都表现出强的鲁棒性,同时能保留较多的图像纹理,具有一定的实用价值.

参考文献:

[1] 李朝锋,居红云,王琪. 基于 QPSO 的模糊 C 均值聚类算法[J]. 微电子学与计算机, 2008, 25(7): 194-197.

[2] 朱红霞,王黎明. 改进的自适应模糊 C 均值聚类图像分割算法[J]. 微电子学与计算机, 2010, 27(12): 87-89.

[3] 张亚迪,李俊山,胡双演. 类模糊 C 均值聚类的关键帧提取算法[J]. 微电子学与计算机, 2009, 26(2): 89-92.

[4] Cai W, Chen S, Zhang D. Fast and robust fuzzy c-means clustering algorithms incorporating local information for image segmentation[J]. Pattern Recognition, 2007, 40(3): 825-838.

[5] Krinidis S, Chatzis V. A robust fuzzy local information C-means clustering algorithm[J]. Image Processing, IEEE Transactions on, 2010, 19(5): 1328-1337.

[6] Gong M, Liang Y, Shi J, et al. Fuzzy c-means clustering with local information and kernel metric for image segmentation[J]. Image Processing, IEEE Transactions on, 2013, 22(2): 573-584.

[7] Dunn J C. A fuzzy relative of theisodata process and its use in detecting compact well-separated clusters[J]. Cybernetics, 1973, 3(3): 32-57.

[8] Bezdek J C, Ehrlich R, Full W. FCM: The fuzzy c-means clustering algorithm[J]. Computers & Geosciences, 1984, 10(2): 191-203.

[9] Cocosco C A, Kollokian V, Kwan R K-S, et al. BrainWeb: Online interface to a 3D MRI simulated brain database[EB/OL]. [2016-01-18]. Available: <http://www.bic.mni.mcgill.ca/brainweb/>

[10] MathWorks. (2011). Image processing toolbox, Natick, MA[EB/OL]. [2016-01-18]. Available: <http://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/14237>

[11] 王洪春,彭宏. 基于模糊 C-均值的增量式聚类算法[J]. 微电子学与计算机, 2007, 24(6):156-157.

作者简介:

肖林云 男,(1988-),硕士研究生. 研究方向为模式识别,图像处理. E-mail:18206181357@163.com

陈秀宏 男,(1964-),博士后,教授. 研究方向为为模式识别,图像处理,人工智能.

林喜兰 女,(1989-),硕士研究生. 研究方向为数字图像处理.